



2012年医(医)第4問

4 3以上の自然数  $n$  に対して

$$S_n = \sum_{k=3}^n \frac{\log k}{k} \quad (n = 3, 4, 5, \dots)$$

とにおいて数列  $\{S_n\}$  を定める. 次の問いに答えよ.

- (1) 関数  $y = \frac{\log x}{x}$  ( $x > 0$ ) の増減と極値を調べよ.
- (2) 4以上の自然数  $n$  に対して不等式

$$S_n - \frac{\log 3}{3} \leq \int_3^n \frac{\log x}{x} dx \leq S_{n-1}$$

が成り立つことを示せ.

- (3)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{(\log n)^2}$  を求めよ.