



2011年 第7問

7 数列 $\{a_n\}$ の一般項を

$$a_n = \int_0^{n\pi} e^{-x} \sin x dx \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定めるとき、以下の問いに答えよ。

(1) $\sin x = (-\cos x)'$ を用いた部分積分法により、

$$a_n = A_n - \int_0^{n\pi} e^{-x} \cos x dx \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

となるとき A_n を求めよ。(2) (1) で求めた A_n について、 $a_n = \frac{A_n}{2}$ が成り立つことを示せ。(3) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ を求めよ。