



2016年 総合理工（数理・情報システム）第4問

4  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$  とする.  $xy$  平面上の曲線  $\frac{x^2}{\cos^2 \alpha} + \frac{y^2}{\sin^2 \alpha} = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$  の  $x \geq 0, y \geq 0$  の部分を  $C(\alpha)$  とし, 曲線  $C(\alpha)$  と  $y$  軸, および直線  $y = x$  で囲まれた図形を  $D(\alpha)$  で表す. 次の問いに答えよ.

- (1) 曲線  $C(\alpha)$  と直線  $y = x$  の交点の座標を求めよ.
- (2) 図形  $D(\alpha)$  の面積  $S(\alpha)$  を求めよ.
- (3) 図形  $D(\alpha)$  を  $x$  軸のまわりに1回転してできる立体の体積  $V(\alpha)$  を求めよ.
- (4) (2), (3) で求めた  $S(\alpha), V(\alpha)$  に対して,  $\lim_{\alpha \rightarrow +0} \frac{\{V(\alpha)\}^2}{\{S(\alpha)\}^3}$  を求めよ.