

2011年教育第2問

2  $xy$  平面上にある3つの半直線

$$y = 0 \ (x \geq 0), \quad y = x \tan \theta \ (x \geq 0), \quad y = -\sqrt{3}x \ (x \leq 0)$$

と、原点  $O$  を中心とする半径  $r$  ( $r \geq 1$ ) の円が交わる点をそれぞれ  $A, B, C$  とする。ただし  $\frac{\pi}{6} \leq \theta \leq \frac{\pi}{3}$  である。

(1) 四角形  $OABC$  の面積が半径 1 の円に内接する正六角形の面積の  $\frac{1}{3}$  に等しいとき、 $r^2$  を  $\theta$  を用いて表せ。

(2)  $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} r^2 d\theta$  を求めよ。