



2014年第1問



1 以下の各問に答えよ。

- (1) $\frac{(1+i)^3}{-2+3i} = a+bi$ を満たす実数 a, b を求めよ。ただし, i は虚数単位である。
- (2) 3つの行列の積 $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 3 \end{pmatrix}$ を計算せよ。
- (3) $f(x) = (x+4)^{\frac{5}{6}}(3x+2)^{\frac{4}{3}}$ とする。関数 $f(x)$ の $x=0$ における微分係数 $f'(0)$ を求めよ。
- (4) 極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \cos \frac{k\pi}{3n}$ を求めよ。

$$(1) \frac{(1+i)^3(-2-3i)}{(-2+3i)(-2-3i)} = \frac{(2i-2)(-2-3i)}{13} = \frac{10+2i}{13} \therefore a = \frac{10}{13}, b = \frac{2}{13}$$

$$(2) \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 16 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 & 18 \\ 32 & 48 \end{pmatrix}$$

$$(3) f'(x) = \frac{5}{6}(x+4)^{-\frac{1}{6}} \cdot (3x+2)^{\frac{4}{3}} + (x+4)^{\frac{5}{6}} \cdot (3x+2)^{\frac{1}{3}} \cdot \frac{4}{3} \cdot 3$$

$$\therefore f'(0) = \frac{5}{6} \cdot 4^{-\frac{1}{6}} \cdot 2^{\frac{4}{3}} + 4^{\frac{5}{6}} \cdot 2^{\frac{1}{3}} \cdot 4$$

$$= \frac{5}{6} \cdot 2^{-\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{4}{3}} + 2^{\frac{5}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{3}} \cdot 2^2$$

$$= \frac{5}{3} + 16$$

$$= \frac{53}{3}$$

$$(4) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \cos \frac{k\pi}{3} \cdot \frac{k}{n} = \int_0^1 \cos \frac{\pi}{3} x \, dx$$

$$= \left[\frac{3}{\pi} \sin \frac{\pi}{3} x \right]_0^1$$

$$= \frac{3}{\pi} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= \frac{3\sqrt{3}}{2\pi}$$