



2015年 理学部 第1問

1  $f(x) = 2xe^{-x}$  とおく. ただし,  $e$  は自然対数の底とする. 以下の各問に答えよ.

- (1)  $0 \leq x \leq 3$  の範囲で, 関数  $y = f(x)$  の増減, 極値, グラフの凹凸, 変曲点を調べて, そのグラフの概形をかけ.
- (2) 正の実数  $a$  に対して,  $I_a = \int_0^1 xe^{-ax} dx$ ,  $J_a = \int_0^1 x^2 e^{-ax} dx$  とおく.  $J_a$  を  $I_a$  と  $a$  を用いて表せ.
- (3) 定積分  $\int_0^1 f(x) dx$  および  $\int_0^1 \{f(x)\}^2 dx$  を求めよ.
- (4) 曲線  $y = f(x)$  と, 3直線  $x = 0$ ,  $x = 1$  および  $y = t$  で囲まれた図形を, 直線  $y = t$  を軸として1回転させてできる回転体の体積を  $V(t)$  とする.  $t$  を動かしたとき,  $V(t)$  の最小値とそのときの  $t$  の値を求めよ.