茨城大学

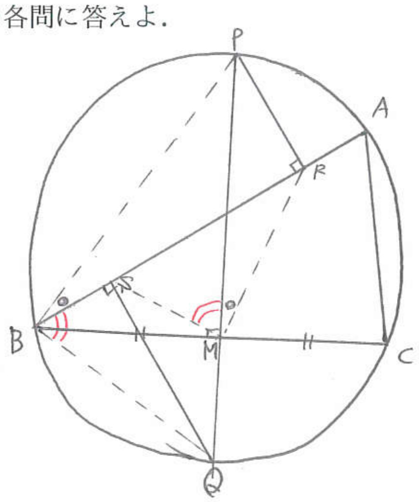
2017年 教育学部 第2問

増田

$\boxed{2}$ AB > ACとなる三角形ABCに対して，辺BCの中点Mを通り辺BCに垂直な直線が，三角形ABCの外接円と交わる点をP，Qとする．ただし，弧ABと交わる点をPとし，弧BCと交わる点をQとする．さらに，P，Qから直線ABにそれぞれ垂線PR，QSを引く．このとき，次の各問に答えよ．

(1) ∠PBR = ∠PMRであることを示せ．

(2) 三角形SMRは直角三角形であることを示せ．



(1)（証）辺PBに対して同じ側にある2点R, Mが、

∠PRB = ∠PMB (= 90°)

という関係にあるので、円周角の定理の逆より 4点A, B, M, Rは一つの円周上にある。

よって円周角の定理より ∠PBR = ∠PMR ■

(2)（証）(1)と同様に. ∠BSQ = ∠BMQ (= 90°) より

4点B, Q, M, Sは 1つの円周上にある。

つまり四角形BQMSは円に内接し、

∠SBQ = ∠PMS

線分PQは、辺BCの垂直二等分線なので、外接円の中心を通っており 円の直径である。

半円周に対する円周角より

∠PBQ = 90° = ∠PBR + ∠SBQ

∠PBR = ∠PMR, ∠SBQ = ∠PMS より、

∠SMR = ∠PMS + ∠PMR = ∠PBR + ∠SBQ = 90°

よって三角形SMRは直角三角形である。 ■