



2017年工学部第2問

2 以下の各問に答えよ.

- (1) 関数 $y = \frac{2}{e^x + 1}$ の逆関数を求めよ. ただし, e は自然対数の底である.
 (2) 方程式 $\log_2 x + 2x^2 - 10x + 9 = 0$ は, $1 < x < 4$ の範囲に少なくとも1つの実数解をもつことを示せ.
 (3) t を実数の定数とし, i を虚数単位とする. 3つの複素数 α, β, γ を

$$\alpha = t + 2i, \quad \beta = (3t + 4) + (t^2 + 6)i, \quad \gamma = (t + 2) + 5i$$

とする. 複素数平面上の3点 α, β, γ が同一直線上にあるときの t をすべて求めよ.

(1) $0 < e^x$ より, $0 < y < 2$

$$x \text{ と } y \text{ が入れかえり. } x = \frac{2}{e^y + 1}$$

$$\therefore e^y + 1 = \frac{2}{x}$$

$$\therefore e^y = \frac{2}{x} - 1$$

$$\therefore y = \log\left(\frac{2}{x} - 1\right) \quad (0 < x < 2) \quad "$$

(2) $f(x) = \log_2 x + 2x^2 - 10x + 9$ とおくと.

$$f(1) = 0 + 2 - 10 + 9 = 1 > 0$$

$$f(4) = 2 + 32 - 40 + 9 = 3 > 0$$

$$f(2) = 1 + 8 - 20 + 9 = -2 < 0$$

$\therefore 1 < x < 2$ の範囲に少なくとも1つの実数解をもつ

$\therefore 1 < x < 4$ の範囲に少なくとも1つの実数解をもつ \square

(3) $\beta - \alpha = k(\gamma - \alpha)$ をみたす実数 k が存在すればよい

$$\therefore (2t + 4) + (t^2 + 4)i = k\{2 + 3i\}$$

$$\therefore \begin{cases} 2t + 4 = 2k \\ t^2 + 4 = 3k \end{cases} \iff \begin{cases} k = t + 2 \\ t^2 + 4 = 3k \end{cases}$$

$$t^2 + 4 = 3t + 6$$

$$\therefore t^2 - 3t - 2 = 0$$

$$t = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{2} "$$