0002147362587999

千歳科学技術大学

2014年 数IAIIB型（I期） 第2問

数理 石#K

2 次の定理について以下の問いに答えなさい．

定理：△ABCの辺BC，CA，AB上にそれぞれ点P，Q，Rがあり，
3直線AP，BQ，CRが1点で交われば

$$\frac{BP}{PC}\cdot\frac{CQ}{QA}\cdot\frac{AR}{RB}=1$$ （チェバの定理）

(1) AR : RB = 5 : 4，AQ : QC = 3 : 4のときBP : PCを求めなさい．

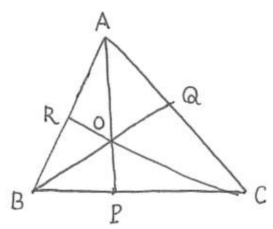
(2) この定理を証明しなさい．

(1) $AR=5k$, $RB=4k$, $AQ=3l$, $QC=4l$ （k, lは実数）と表せるので，代入して

$$\frac{BP}{PC}\cdot\frac{4l}{3l}\cdot\frac{5k}{4k}=1 \qquad \therefore \frac{BP}{PC}=\frac{3}{5} \qquad \therefore \underline{BP:PC=3:5}\,/\!/$$

(2) 3直線の交点をOとおくと．

$$\frac{BP}{PC}=\frac{\triangle OAB}{\triangle OAC},\quad \frac{CQ}{QA}=\frac{\triangle OBC}{\triangle OAB},\quad \frac{AR}{RB}=\frac{\triangle OAC}{\triangle OBC}$$



よって．

$$\frac{BP}{PC}\cdot\frac{CQ}{QA}\cdot\frac{AR}{RB}=\frac{\triangle OAB}{\triangle OAC}\cdot\frac{\triangle OBC}{\triangle OAB}\cdot\frac{\triangle OAC}{\triangle OBC}$$

$$=1 \quad ▨$$