

2013年工学部第3問

3 曲線  $y = \frac{1}{x}$  ( $x > 0$ ) を曲線  $C$  とする. 曲線  $C$  と直線  $y = mx$  の交点を点  $P$ , 曲線  $C$  と直線  $y = \frac{1}{2}x$  との交点を点  $Q$  とする. ここで傾き  $m$  を  $m > \frac{1}{2}$  の実数とする. 以下の問いに答えよ.

- (1) 点  $P$  と点  $Q$  の座標をそれぞれ求めよ.
- (2) 点  $Q$  における曲線  $C$  の接線  $L$  の方程式を求めよ.
- (3) 接線  $L$  と直線  $y = mx$  の交点の座標を,  $m$  を用いて表せ.
- (4) 原点  $O$  と点  $P$ , 原点  $O$  と点  $Q$  を結ぶ線分をそれぞれ  $OP$ ,  $OQ$  とする. 曲線  $C$  と  $OP$ ,  $OQ$  で囲まれた部分の面積  $A$  を,  $m$  を用いて表せ.
- (5) 点  $P$  および点  $Q$  から  $y$  軸に垂直に引いたそれぞれの線分と,  $y$  軸および曲線  $C$  で囲まれた領域を  $y$  軸のまわりに 1 回転してできる体積を,  $m$  を用いて表せ.