



2016年 社会情報学部 第2問

2 整式  $f(x)$  を3次式とする.  $f(x) + 2x + 2$  が  $(x-1)^2$  で割り切れ,  $f(x) - 2x - 2$  が  $(x+1)^2$  で割り切れるとき,  $f(x)$  を求めよ.

$f(x)$  は3次式より

$f(x) + 2x + 2$ ,  $f(x) - 2x - 2$  はともに3次式

よって, 定数  $a, b$  を用いて次のように表せる. ただし,  $a \neq 0$

$$f(x) + 2x + 2 = a(x-b)(x-1)^2$$

$$\therefore f(x) = a(x-b)(x-1)^2 - 2x - 2 \quad \dots \textcircled{1}$$

同様に,  $f(x) - 2x - 2 = a(x-c)(x+1)^2$  ( $c$  は定数)

$$\therefore f(x) = a(x-c)(x+1)^2 + 2x + 2 \quad \dots \textcircled{2}$$

①, ②より,  $f(1)$ ,  $f(-1)$  を計算して,

$$f(1) = -4 = 4a(1-c) + 4 \quad \therefore a(1-c) = -2 \quad \dots \textcircled{3} \quad \leftarrow \textcircled{3} \text{ は用意したが}$$

$$f(-1) = 4a(-1-b) = 0 \quad \therefore a(1+b) = 0 \quad \dots \textcircled{4} \quad \text{使わなかった}$$

④と  $a \neq 0$  より,  $b = -1$

このとき①より

$$f(x) = a(x+1)(x-1)^2 - 2(x+1)$$

$$\therefore f(x) - 2x - 2 = a(x+1)(x-1)^2 - 4(x+1)$$

$$= (x+1)\{a(x-1)^2 - 4\}$$

$\therefore a(x-1)^2 - 4$  が  $(x+1)$  で割り切れることから

$$4a - 4 = 0 \quad \therefore a = 1$$

$$\textcircled{1} \text{ に代入して, } f(x) = (x+1)(x-1)^2 - 2x - 2$$

$$= (x-1)(x^2-1) - 2x - 2$$

$$= \underline{\underline{x^3 - x^2 - 3x - 1}} //$$