

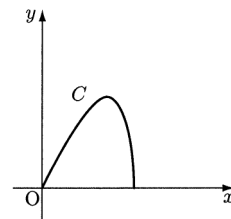


2013年理学部第1問

1 原点を  $O$  とする座標平面上を運動する点  $P(x, y)$  が

$$x = \sin t, \quad y = \sin 2t \quad \left(0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}\right)$$

で表されるとき、点  $P$  の描く曲線を  $C$  とする。(  $C$  は右図のようになっている。) 以下の各問に答えよ。



- (1) 曲線  $C$  と  $x$  軸が囲む図形の面積を求めよ。
- (2)  $0 < t < \frac{\pi}{2}$  のとき、点  $P$  における  $C$  の接線  $l$  の方程式を求めよ。
- (3)  $0 < t < \frac{\pi}{2}$  のとき、(2) の接線  $l$  の傾きが負になる  $t$  の範囲を求めよ。
- (4)  $t$  が (3) で求めた範囲にあるとき、 $l$  と  $x$  軸、 $y$  軸との交点をそれぞれ  $Q$ ,  $R$  とし、三角形  $OPQ$  と三角形  $OPR$  の面積をそれぞれ  $S$  と  $T$  とする。 $c = \cos t$  として、 $S$ ,  $T$  をそれぞれ  $c$  を用いて表せ。
- (5) (4) の  $S$  と  $T$  について  $S = T$  が成り立つとき、直線  $OP$  の方程式を求めよ。