



2018年理学部第3問

3  $k$  を正の数とする. 2つの曲線

$$C_1: y = k \cos x, \quad C_2: y = \sin x$$

を考える.  $C_1$  と  $C_2$  は  $0 \leq x \leq 2\pi$  の範囲に交点が2つあり, それらの  $x$  座標をそれぞれ  $\alpha, \beta$  ( $\alpha < \beta$ ) とする. 区間  $\alpha \leq x \leq \beta$  において, 2つの曲線  $C_1, C_2$  で囲まれた図形を  $D$  とし, その面積を  $S$  とする. さらに  $D$  のうち,  $y \geq 0$  の部分の面積を  $S_1$ ,  $y \leq 0$  の部分の面積を  $S_2$  とする. 以下の各問に答えよ.

- (1)  $\cos \alpha, \sin \alpha, \cos \beta, \sin \beta$  をそれぞれ  $k$  を用いて表せ.
- (2)  $S$  を  $k$  を用いて表せ.
- (3)  $3S_1 = S_2$  となるように  $k$  の値を定めよ.
- (4) 極限  $\lim_{k \rightarrow \infty} S_1$  を求めよ.