



2011年理学部第1問

1 $f(x) = e^{-x^2}$ ($x \geq 0$) とする。以下の各問に答えよ。

- (1) $x \geq 0$ に対して、不等式 $e^x > x$ および $e^x > \frac{x^2}{2}$ が成り立つことを示せ。
- (2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log x}{x} = 0$ および $\lim_{t \rightarrow +0} t \log \frac{1}{t} = 0$ を示せ。
- (3) $f(x)$ は減少関数であることを示せ。また、 $y = f(x)$ の逆関数 $x = g(y)$ を求めよ。
- (4) a を $0 < a < 1$ を満たす実数とする。 y 軸、 $y = f(x)$ のグラフおよび直線 $y = a$ で囲まれた図形を y 軸のまわりに1回転してできる回転体の体積 $V(a)$ を求めよ。
- (5) (4) で求めた $V(a)$ に対し $\lim_{a \rightarrow +0} V(a)$ を求めよ。