



2013年理系第1問

1  $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$  とする。座標平面上で原点  $O$  を通り傾きが  $\tan \theta$  の直線を  $l$  とし、行列

$$\begin{pmatrix} \cos^2 \theta & \sin \theta \cos \theta \\ \sin \theta \cos \theta & \sin^2 \theta \end{pmatrix}$$

の表す1次変換を  $f$  とする。座標平面上に2点  $P, Q$  がある。次の問いに答えよ。

- (1) 線分  $OP$  が直線  $l$  と垂直であるとき、1次変換  $f$  による点  $P$  の像を求めよ。
- (2) 1次変換  $f$  による点  $Q$  の像を  $R$  とする。このとき  $|\overrightarrow{OR}| \leq |\overrightarrow{OQ}|$  が成り立つことを示せ。さらに等号が成立する場合を調べよ。
- (3) 1次変換  $f$  による点  $(1, 1)$  の像を  $S$  とする。このとき  $|\overrightarrow{OS}|$  が最大となる  $\theta$  と最小となる  $\theta$  をそれぞれ求めよ。