



2014年 理学部 第3問

3 次の文中の  ~  にあてはまる最も適切な数を答えなさい。

曲線  $C$  を  $y = x^2 - 6x + 13$  とし、曲線  $C$  の接線で点  $(p, 0)$  を通るものを考える。接点の  $x$  座標を  $\alpha$  とすると、接線の傾きは   $\alpha +$  , 接点の座標は  $(\alpha, \text{  } \alpha^2 + \text{  } \alpha + \text{  } \text{  } )$  であるから、接線の方程式は、

$$y = (\text{  } \alpha + \text{  })x + \text{  } \alpha^2 + \text{  } \alpha + \text{  } \text{  }$$

と表される。この直線が点  $(p, 0)$  を通ることから  $\alpha$  は次の2次方程式

$$\alpha^2 + \text{  } p\alpha + \text{  } p + \text{  } \text{  } = 0$$

を満たす。この方程式は2つの解を持つから接線は2本存在し、傾きが正である接線の方程式は、

$$y = \text{  } \left( p + \text{  } + \sqrt{p^2 + \text{  } p + \text{  } \text{  } \right) (x + \text{  } p)$$

と表される。

任意の  $x$  における曲線  $C$  の  $y$  座標と接線の  $y$  座標の差は、両者が  $x = \alpha$  で接しているので、

$$(x - \alpha)^2$$

と書ける。これを用いると、曲線  $C$  と2本の接線で囲まれた部分の面積  $S$  は、

$$S = \frac{\text{  }}{\text{  }} (p^2 + \text{  } p + \text{  } \text{  }) \frac{\text{  }}{\text{  }}$$

である。 $p$  を変化させるとき、 $S$  は  $p = \text{  }$  で最小値  $\frac{\text{  } \text{  }}{\text{  }}$  をとる。