



2012年理系第1問

1 半径1の円に内接する正 $2^n$ 角形( $n \geq 2$ )の面積を $S_n$ , 周の長さを $L_n$ とする. 次の問いに答えよ.

(1)  $S_n = 2^{n-1} \sin \frac{\pi}{2^{n-1}}$ ,  $L_n = 2^{n+1} \sin \frac{\pi}{2^n}$  を示せ.

(2)  $\frac{S_n}{S_{n+1}} = \cos \frac{\pi}{2^n}$ ,  $\frac{S_n}{L_n} = \frac{1}{2} \cos \frac{\pi}{2^n}$  を示せ.

(3)  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ ,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \cos \frac{\pi}{2^2} \cos \frac{\pi}{2^3} \cdots \cos \frac{\pi}{2^n}$  を求めよ.

(4)  $\lim_{n \rightarrow \infty} 2^n \frac{S_2}{L_2} \frac{S_3}{L_3} \cdots \frac{S_n}{L_n}$  を求めよ.

