



2011年第4問

4 次の問いに答えよ。

(1) 関係式

$$a_1 = 1, \quad na_{n+1} - (n+1)a_n = 1 \quad (n = 1, 2, \dots)$$

によって定義される数列  $\{a_n\}$  の一般項を求めたい。  $b_n = \frac{a_n}{n}$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) とおいて数列  $\{b_n\}$  の一般項を求めることにより、  $a_n$  を求めよ。

(2)  $x \neq 1$  のとき、等比数列の和の公式

$$\sum_{k=0}^{n-1} x^k = \frac{x^n - 1}{x - 1}$$

の両辺を  $x$  で微分せよ。その結果を利用して、  $\sum_{k=1}^{n-1} kx^k$  を求めよ。

(3)  $p \neq 1$  のとき、関係式

$$c_1 = 0, \quad \frac{pc_{n+1}}{n} - \frac{c_n}{n+1} = \frac{1}{n+1} \quad (n = 1, 2, \dots)$$

によって定義される数列  $\{c_n\}$  の一般項を求めよ。