

2018年 歯学部 第3問

3 関数 $f(x) = x - \log(1+x)$ について、以下の各問いに答えよ。ここで \log は自然対数を表す。また $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log x}{x} = 0$ を用いてよい。

(1) p を実数とすると、 $f(x) = p$ を満たす実数 x の個数を求めよ。

以下、 $f(x)$ の定義域を $x \geq 0$ に制限した関数の逆関数を $g(x)$ とする。

(2) $2 < g(1) < 3$ を示せ。ただし、自然対数の底 e が $2 < e < 3$ を満たすことを用いてよい。

(3) p を正の実数とし、 xy 平面において、曲線 $y = f(x)$ と直線 $y = p$ の第1象限における交点を通り、直線 $y = x$ に平行な直線を l とする。また、 l と y 軸および曲線 $y = f(x)$ によって囲まれた図形の面積を S とする。このとき、 S を p を用いて表せ。