

2018年 歯学部 第2問

2  $xyz$ 空間において、連立不等式  $|x| \leq 1$ ,  $|y| \leq 1$ ,  $|z| \leq 1$  の表す領域を  $Q$  とし、原点  $O(0, 0, 0)$  を中心とする半径  $r$  の球面を  $S_0$  とする。さらに、点  $A(1, 1, 1)$ ,  $B(1, -1, -1)$ ,  $C(-1, 1, -1)$ ,  $D(-1, -1, 1)$  を中心とし、 $S_0$  に外接する球面を、それぞれ  $S_A$ ,  $S_B$ ,  $S_C$ ,  $S_D$  とする。このとき以下の各問いに答えよ。ここで、「球面  $X$  が球面  $Y$  に外接する」とは、 $X$  と  $Y$  が互いにその外部にあって、1点を共有することである。

- (1)  $S_A$  と  $S_B$  が共有点を持つとき、 $r$  の最大値  $r_1$  を求めよ。
- (2)  $S_0$ ,  $S_A$ ,  $S_B$ ,  $S_C$ ,  $S_D$  およびそれらの内部の領域の和集合と、 $Q$  との共通部分の体積を  $V(r)$  とする。区間  $r_1 \leq r \leq 1$  において、 $V(r)$  が最小となる  $r$  の値  $r_2$  を求めよ。ここで  $r_1$  は (1) で求めた値とする。
- (3)  $S_0$  と共有点を持つどんな平面も、 $S_A$ ,  $S_B$ ,  $S_C$ ,  $S_D$  のいずれかと共有点を持つとき、 $r$  の最大値  $r_3$  を求めよ。