2018年 医学部 第2問

$\boxed{2}$ xyz 空間において，連立不等式 $|x| \leqq 1$，$|y| \leqq 1$，$|z| \leqq 1$ の表す領域を Q とし，原点 O(0, 0, 0) を中心とする半径 r の球面を S_0 とする．さらに，点 A(1, 1, 1)，B(1, −1, −1)，C(−1, 1, −1)，D(−1, −1, 1) を中心とし，S_0 に外接する球面を，それぞれ S_A，S_B，S_C，S_D とする．このとき以下の各問いに答えよ．ここで,「球面 X が球面 Y に外接する」とは，X と Y が互いにその外部にあって，1点を共有することである．

(1) S_A と S_B が共有点を持つとき，r の最大値 r_1 を求めよ．

(2) S_0，S_A，S_B，S_C，S_D およびそれらの内部の領域の和集合と，Q との共通部分の体積を $V(r)$ とする．区間 $r_1 \leqq r \leqq 1$ において，$V(r)$ が最小となる r の値 r_2 を求めよ．ここで r_1 は (1) で求めた値とする．

(3) S_0 と共有点を持つどんな平面も，S_A，S_B，S_C，S_D のいずれかと共有点を持つとき，r の最大値 r_3 を求めよ．