

2018年 医学部 第3問

3 関数  $f(x) = x - \log(1+x)$  について、以下の各問いに答えよ。ここで  $\log$  は自然対数を表す。また  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log x}{x} = 0$  を用いてよい。

(1)  $p$  を実数とするとき、 $f(x) = p$  を満たす実数  $x$  の個数を求めよ。

以下、 $f(x)$  の定義域を  $x \geq 0$  に制限した関数の逆関数を  $g(x)$  とする。

(2)  $u$  を正の実数とする。  $p \geq 0$  のとき、

$$p \leq g(p) \leq \frac{u+1}{u} \{p - u + \log(u+1)\} + u$$

を示せ。

(3)  $p$  を正の実数とし、 $xy$  平面において、曲線  $y = g(x)$  と直線  $x = p$  の交点を通り、直線  $y = x$  に平行な直線を  $\ell$  とする。また、 $\ell$  と  $x$  軸および曲線  $y = g(x)$  によって囲まれた図形の面積を  $S$  とする。このとき、 $S$  を  $p$  を用いて表せ。