

2014年薬学部(薬)第3問

3 Oを原点とする  $xyz$  空間の  $x$  軸上,  $y$  軸上,  $z$  軸上にそれぞれ点 A, B, Cがあり,  $AB = 3$ ,  $AC = 2$  であるという. そのとき,  $BC = a$  とおき, 三角形 ABC の面積を  $S$  とおく.

(1)  $a$  の取りうる値の範囲は

$$\sqrt{\boxed{\text{ア}}} \leq a \leq \sqrt{\boxed{\text{イ}} \boxed{\text{ウ}}}$$

である.

(2) (i)  $\cos \angle BAC = \frac{1}{\boxed{\text{エ}} \boxed{\text{オ}}} (-a^2 + \boxed{\text{カ}} \boxed{\text{キ}})$  である.

(ii)  $S^2 = \frac{1}{\boxed{\text{ク}} \boxed{\text{ケ}}} (-a^4 + \boxed{\text{コ}} \boxed{\text{サ}} a^2 - \boxed{\text{シ}} \boxed{\text{ス}})$  である.

(3)  $OA = x$  とおいて,  $S^2$  を  $x$  を用いて表すと

$$S^2 = -\frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}} x^4 + \boxed{\text{タ}}$$

となる.

(4)  $S = 2\sqrt{2}$  のとき, 四面体 OABC に内接する球 (すなわち, 中心がこの四面体の内部にあって, すべての面と 1 点のみを共有する球) の半径を  $r$  とおく.

(i)  $r = \frac{\sqrt{\boxed{\text{チ}}}}{1 + \boxed{\text{ツ}} \sqrt{\boxed{\text{テ}}} + \sqrt{\boxed{\text{ト}} \boxed{\text{ナ}}}}$  である.

(ii)  $r = \boxed{\text{ニ}} \sqrt{\boxed{\text{チ}}} - \boxed{\text{ヌ}} \sqrt{\boxed{\text{テ}}} + \boxed{\text{ネ}} \sqrt{\boxed{\text{ト}} \boxed{\text{ナ}}} - \boxed{\text{ノ}}$  となる.