

2013年 都市教養（理系）第2問

2 実数 a に対し

$$I = \int_0^1 |xe^x - a| dx$$

とする。以下の問いに答えなさい。ただし、 e は自然対数の底とする。

- (1) $0 < a < e$ のとき、 $te^t = a$ を満たす実数 t ($0 < t < 1$) がただ1つ存在することを示しなさい。
- (2) $0 < a < e$ のとき、 I の値を (1) の t を用いて表しなさい。
- (3) a がすべての実数を動くとき、 I の値を最小にする a とそのときの I の値を求めなさい。