



2016年人文社会科学第3問

3 次の問いに答えよ。

- (1) ユークリッドの互除法を用いて、89と29の最大公約数を求めよ。  
 (2) 2元1次不定方程式  $89x + 29y = 1$  の整数解を1組求めよ。  
 (3) 2元1次不定方程式  $89x + 29y = -20$  の整数解として現れる  $x$  の値のうち、正のものを小さい順に  $x_1, x_2, x_3, \dots$  とする。このとき、自然数  $m$  に対して、 $x_m$  を  $m$  で表せ。

$$(1) 89 = 29 \times 3 + 2 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$29 = 2 \times 14 + 1 \quad \dots \textcircled{2}$$

よって、最大公約数は1 //

$$(2) \textcircled{2} \text{より, } 1 = 29 - 2 \times 14 \quad \dots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{1} \text{より, } 2 = 89 - 29 \times 3 \quad \dots \textcircled{4}$$

$$\textcircled{4} \text{を}\textcircled{3} \text{に代入して, } 1 = 29 - (89 - 29 \times 3) \times 14$$

$$\text{よって, } 1 = 89 \cdot (-14) + 29 \cdot 43 \quad \dots \textcircled{5}$$

$\therefore$  整数解の1つは、 $(x, y) = (-14, 43)$  //

$$(3) \textcircled{5} \text{の両辺を}-20 \text{倍して, } 89 \cdot 280 + 29 \cdot (-860) = -20 \quad \dots \textcircled{6}$$

$$89x + 29y = -20 \quad \dots \textcircled{7}$$

$$\textcircled{7} - \textcircled{6} \text{より, } 89(x - 280) + 29(y + 860) = 0$$

$$\therefore 89(x - 280) = -29(y + 860)$$

89と29は互いに素より、 $x - 280$  は29の倍数  $\therefore x - 280 = 29k$  ( $k$ は整数)と表せる

$$\text{そのとき, } y + 860 = -89k$$

$$\therefore x = 29k + 280$$

$$x > 0 \text{となるのは, } k \geq -9 \text{のとき} \quad \therefore m = k + 10 \Leftrightarrow k = m - 10$$

$$x_m = 29(m - 10) + 280$$

$$= \underline{29m - 10} //$$