

2014年医学部第4問

4 一列に並んだ3つの部屋A, B, Cがあり, 2頭の象がいる. 2頭の象は毎日1つの部屋から隣の部屋に, 次のルールに従って移動する.

$0 < p < 1$ とし, 象が部屋Aと部屋Bにいるとき, 部屋Aにいる象は部屋Aに留まり, 部屋Bにいる象が確率 $p$ で部屋Cに移る. 象が部屋Bと部屋Cにいるとき, 部屋Cにいる象は部屋Cに留まり, 部屋Bにいる象が確率 $1 - p$ で部屋Aに移る. 象が部屋Aと部屋Cにいるとき, 部屋Aにいる象が確率 $p$ で部屋Bに移り, 移らない場合は部屋Cにいる象が部屋Bに移る. 2頭の象が同時に同じ部屋にいることはできない.

はじめに2頭の象はそれぞれ部屋Aと部屋Bにいるものとし,  $2n$ 日後に象が部屋Aにいる確率を $a_n$  ( $n = 1, 2, \dots$ )とおく. このとき, 次の問いに答えよ.

- (1)  $a_1$ を求めよ.
- (2)  $a_{n+1}$ を $a_n$ を用いて表せ.
- (3)  $p = \frac{2}{3}$ のとき,  $a_n$ を求めよ.