

2012年 教育学部（中等数学）第4問

4 関数  $f(x) = 2\sin x - x\cos x$  ( $0 \leq x \leq \pi$ ) について、次の問いに答えよ。

- (1)  $f(x)$  の導関数を  $f'(x)$  とするとき、 $\frac{\pi}{2} \leq a \leq \pi$  および  $f'(a) = 0$  を満たす  $a$  がただ1つ存在することを示せ。
- (2) (1) の  $a$  を用いて、関数  $y = f(x)$  の増減、グラフの凹凸および変曲点を調べ、そのグラフの概形をかけ。
- (3) (1) の  $a$  について、 $0 < t < a$  とするとき、

$$S(t) = \int_0^a |f(x) - f(t)| dx$$

が最小となるような  $t$  の値を  $a$  を用いて表せ。