

2014年医学部第1問

1 次の問いに答えなさい。

(1) a を正の定数とし、 x についての2つの不等式

$$\log_3(x+2a) + \log_3(x+3a) < \log_3 10ax \quad \dots\dots ①$$

$$\log_3(3x-4) + \log_3(3x+2) < 2\log_9(6x-5) + 1 \quad \dots\dots ②$$

を考える。

①の解は

$$\boxed{\text{ア}} a < x < \boxed{\text{イ}} a$$

である。

②の解は

$$\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}} < x < \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$$

である。

①、②をともに満たす実数 x が存在するとき、 a のとり得る値の範囲は

$$\frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}} < a < \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$$

である。

(2) 放物線 $C: y = \frac{1}{2}x^2$ 上に2点 P, Q がある。 P, Q の x 座標をそれぞれ p, q としたとき、 p, q は $q < p$ を満たす整数で、 $p > 0$ 、 $p+q$ は正の偶数とする。

また、点 P における放物線 C の接線を l 、2点 P, Q を通る直線を m とし、直線 l, m が x 軸の正の向きとなす角をそれぞれ α, β ($0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$)、2直線 l, m のなす角を θ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) とする。
 $p=5, q=1$ のとき

$$\tan \alpha = \boxed{\text{サ}}, \quad \tan \beta = \boxed{\text{シ}}$$

であり

$$\tan \theta = \frac{1}{\boxed{\text{ス}}}$$

である。

また、 $\tan \theta = \frac{1}{7}$ を満たす整数 p, q の組 (p, q) をすべてあげると、

$$(p, q) = (\boxed{\text{セ}}, \boxed{\text{ソ}}), (\boxed{\text{タチ}}, \boxed{\text{ツテ}}), (\boxed{\text{トナ}}, \boxed{\text{ニヌネ}})$$

である。ただし、 $\boxed{\text{セ}} < \boxed{\text{タチ}} < \boxed{\text{トナ}}$ とする。