



2010年第5問

5  $a$ を正の実数とし、 $b$ を負の実数とする。 $xy$ 平面上の直線 $C_1: y = x$ と放物線 $C_2: y = ax^2 + bx$ を考える。 $C_1$ と $C_2$ は2点で交わっており、 $C_1$ と $C_2$ の囲む図形の面積を $S$ とする。以下の問に答えよ。

(1)  $a$ を $S$ と $b$ を用いて表せ。

(2)  $C_1$ と $C_2$ の交点の座標を $(p_1, q_1)$ ,  $(p_2, q_2)$ (ここで $p_1 < p_2$ )とし、 $L = p_2 - p_1$ とおく。 $p_1 \leq x \leq p_2$ における $ax^2 + bx$ の最小値の絶対値を $T$ とする。 $S$ の値が一定になるように $a$ と $b$ を変化させたとき、 $\frac{T-L}{L^3}$ の最小値を $S$ を用いて表せ。