



2010年工学部第5問

5 点 O を原点とする座標平面上の点 P_n ($n = 1, 2, 3, \dots$) の座標を (x_n, y_n) とする. 行列 $\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ で表される移動により, 点 P_n が点 P_{n+1} に移るとき, 次の問いに答えよ.

- (1) 点 P_{n+1} の座標を, x_n, y_n を用いて表せ.
- (2) $(x_1, y_1) = (2, 1)$ とする. すべての $n = 1, 2, 3, \dots$ に対して,

$$(x_n, y_n) = \left(2 \sin \frac{n\pi}{2}, \sin \frac{n\pi}{2} + \cos \frac{n\pi}{2} \right)$$

が成り立つことを, 数学的帰納法を用いて証明せよ.