岩手大学

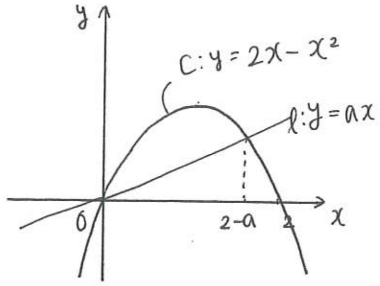
2017年 教育学部 第4問

増田

$\boxed{4}$ 放物線 $C: y = 2x - x^2$ と直線 $\ell: y = ax$ について，定数 a が $0 < a < 2$ の範囲にあるとき，次の問いに答えよ．

(1) 放物線 C と直線 ℓ で囲まれた部分の面積を a を用いて表せ．

(2) 直線 ℓ が，放物線 C と x 軸とで囲まれた部分の面積を二等分するときの a の値を求めよ．



(1) 放物線Cと直線ℓの交点を求める。

$$2x - x^2 = ax$$

$$x(2 - a - x) = 0$$

$$x = 0,\ 2 - a$$

求める面積をSとおくと.

$$S = \int_0^{2-a} (2x - x^2 - ax)\,dx$$

$$= -\int_0^{2-a} x(x - (2-a))\,dx$$

$$= \underline{\frac{(2-a)^3}{6}}\ /\!/$$

積分の公式

$$\int_\alpha^\beta (x-\alpha)(x-\beta)\,dx = -\frac{(\beta-\alpha)^3}{6}$$

を用いた。

(2) 放物線Cとx軸とで囲まれた部分の面積は

$$\int_0^2 (2x - x^2)\,dx = -\int_0^2 x(x-2)\,dx$$

$$= \frac{2^3}{6} = \frac{4}{3}$$

$\frac{4}{3} \times \frac{1}{2} = S$ となるので，

$$\frac{(2-a)^3}{6} = \frac{2}{3}$$

$$(2-a)^3 = 4 = 2^2$$

$$2 - a = 2^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{4}$$

$$a = \underline{2 - \sqrt[3]{4}}\ /\!/$$