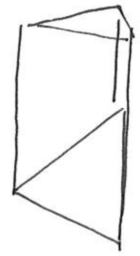
2013年 第23問

$\boxed{23}$ 9つの辺の長さの総和が9である正三角柱（底面が正三角形である三角柱）の体積をVとする．各辺の長さが変化するとき，Vの最大値をMとする．$\frac{12}{\sqrt{3}}M$の値を求めよ．

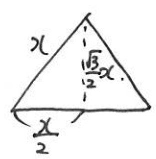
底面の正三角形の1辺の長さを x とおくと．



正三角柱の高さhは．

$6x+3h=9$ より　$h=3-2x$

$\therefore V(x)=\frac{1}{2}\cdot x\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}x\cdot(3-2x)$



$=\frac{\sqrt{3}}{4}x^2(3-2x)$

$\therefore V'(x)=\frac{\sqrt{3}}{2}x(3-2x)+\frac{\sqrt{3}}{4}x^2\cdot(-2)$

$=\frac{\sqrt{3}}{2}x\{3-2x-x\}$

$=\frac{\sqrt{3}}{2}x(3-3x)$

x	(0)	$\cdots$	1	$\cdots$	$\left(\frac{3}{2}\right)$
$V'(x)$		$+$	0	$-$	
$V(x)$		↗	$\frac{\sqrt{3}}{4}$	↘	

$0<x<\frac{3}{2}$ より増減表は右のようになる．

$\therefore M=\frac{\sqrt{3}}{4}$

$\frac{12}{\sqrt{3}}M=\frac{12}{\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{4}=3$ //