福井大学

2013年 工学部 第2問

$\boxed{2}$ $\mathrm{OA}=\mathrm{OB}=\mathrm{OC}=1$ かつ $\mathrm{AB}=\mathrm{BC}=\mathrm{CA}$ をみたす四面体OABCがある．その体積を V，$\mathrm{AB}=m$ とおき，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\vec{c}$ と表すとき，以下の問いに答えよ．

(1) 内積 $\vec{a}\cdot\vec{b}$，$\vec{b}\cdot\vec{c}$，$\vec{c}\cdot\vec{a}$ を m を用いて表せ．

(2) △ABCの重心をGとおくとき，内積 $\overrightarrow{\mathrm{OG}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AG}}$，$\overrightarrow{\mathrm{OG}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{BG}}$，$\overrightarrow{\mathrm{OG}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{CG}}$ の値を求めよ．

(3) V を m を用いて表せ．

(4) V が最大となる m の値を求めよ．