

2012年A方式第2問


 数理  
石井K
2  $n$ は整数とする.

- (1)  $n$ が5で割って4余るとき,  $n^2$ は5で割るといくつ余るか.  
 (2)  $n^2$ を5で割ったとき, 余りは何になるか. 可能性があるものをすべて書け.  
 (3)  $n^2$ が5の倍数の時,  $n$ は5の倍数であることを証明せよ.

(1)  $n = 5k + 4$  ( $k$ は整数)とおくと.

$$\begin{aligned} n^2 &= (5k+4)^2 \\ &= 25k^2 + 40k + 16 \\ &= 5(5k^2 + 8k + 3) + 1 \end{aligned}$$

 $\therefore n^2$ を5で割ると, 1余る //

(2) (1)と同様にして.

$$n = 5k \text{ のとき, } n^2 = 5 \cdot 5k^2 \therefore \text{余り } 0$$

$$n = 5k+1 \text{ のとき, } n^2 = (5k+1)^2 = 5(5k^2+2k)+1 \therefore \text{余り } 1$$

$$n = 5k+2 \text{ のとき, } n^2 = (5k+2)^2 = 5(5k^2+4k)+4 \therefore \text{余り } 4$$

$$n = 5k+3 \text{ のとき, } n^2 = (5k+3)^2 = 5(5k^2+6k+1)+4 \therefore \text{余り } 4$$

これと(1)より.

余りとして可能性があるものは, 0, 1, 4 //

(3) (1)と(2)より.

 $n^2$ が5の倍数となるのは,  $n$ が5の倍数の時であり, そのときに限る.  $\square$