

2011年工学部第3問

3 実数  $p > 0$  と関数  $f(x) = x^3 - x$  がある. 2 曲線  $C_1 : y = f(x)$ ,  $C_2 : y = f(x + p) - p$  について, 次に答えよ.

- (1) 曲線  $C_1$  と  $C_2$  が共有点を 2 個もつときの  $p$  の範囲を求めよ.  
(2) 実数  $\alpha, \beta$  に対して

$$\int_{\alpha}^{\beta} (\beta - x)(x - \alpha) dx = \frac{1}{6}(\beta - \alpha)^3$$

を示せ.

- (3)  $p$  が (1) で求めた範囲を動くとき, 曲線  $C_1, C_2$  によって囲まれた図形の面積  $S(p)$  の最大値を求めよ.