

2010年 環境科学部・工学部 第3問

3 a, b, p, q を実数として、未知数 x の方程式

$$p(x^2 + ax + b) + x - q = 0 \quad \dots(*)$$

を考える。

- (1) p がどのような値であっても方程式 (*) がつねに実数解をもつためには、 $a^2 - 4b \geq 0$ が必要条件であることを示せ。
- (2) $a^2 - 4b \geq 0$ とし、 α, β ($\alpha \leq \beta$) を方程式 $x^2 + ax + b = 0$ の2つの実数解とする。このとき、 p がどのような値であっても方程式 (*) がつねに実数解をもつのは q がどのような範囲 R にあるときか答えよ。
- (3) $a^2 - 4b \geq 0$ で q が (2) で求めた範囲 R にあるとき、方程式 (*) は範囲 R に少なくとも1つの解をもつことを示せ。