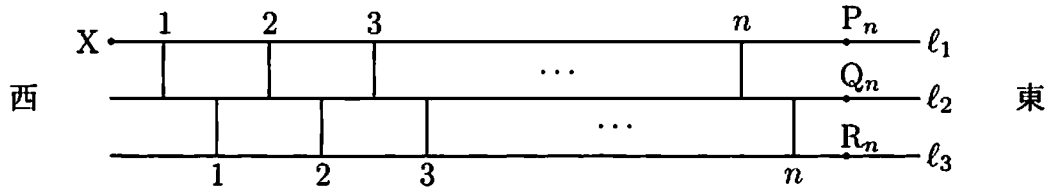




2016年 総合理工（数理・情報システム）第1問

1  $n$ を自然数とする．下図のように，3本の平行な道路  $l_1, l_2, l_3$  があり， $l_1, l_2$ をつなぐ縦の道と， $l_2, l_3$ をつなぐ縦の道がそれぞれ  $n$ 本ずつ，交互に配置されているとする．



次の規則に従い図の  $X$  から出発して  $P_n, Q_n, R_n$  に到達する経路の個数をそれぞれ  $a_n, b_n, c_n$  とする．

（規則） $l_1, l_2, l_3$  は一方通行であり，西方向には進むことができない．また，一度通った縦の道を再び通ることもできない．

次の問いに答えよ．

- (1)  $a_2, b_2$  を求めよ．
- (2)  $a_{n+1}$  を  $a_n, b_n$  を用いて表せ．
- (3)  $b_n = c_n$  が成り立つことを証明せよ．
- (4)  $a_1, b_1, a_2, b_2, \dots, a_k, b_k, \dots$  と順に並べてできる数列を  $\{f_n\}$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) とする． $f_{n+2}$  を  $f_n, f_{n+1}$  を用いて表せ．また，それを用いて  $a_7$  を求めよ．