2010年 都市教養（理系） 第3問

3 同一平面上にない4点O，A，B，Cに対して，$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{OC}=\vec{c}$ とおく．点A，B，Cを含む平面上に点Dをとる．このとき，以下の問いに答えなさい．

(1) $\overrightarrow{OD}=x\vec{a}+y\vec{b}+z\vec{c}$ と表すとき，実数x，y，zが満たすべき条件を求めなさい．

(2) 4点A，B，C，Dは四角形ABCDをなし，次の条件

$\vec{a}\perp\vec{b}$，$\vec{b}\perp\vec{c}$，$\vec{c}\perp\vec{a}$，

$|\vec{a}|=|\vec{b}|=|\vec{c}|=1$，$|\overrightarrow{OD}|=\sqrt{\dfrac{17}{2}}$

を満たすとする．その辺AB，BC，CD，DAの中点をそれぞれP，Q，R，Sとし，四角形PQRSが長方形をなすとする．ただし，四角形PQRSは四角形ABCDに含まれるものとする．このとき，x，y，zの値を求めなさい．