

2011年海洋科学第5問

5 数列  $\{a_n\}$  を  $a_n = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \left(p + \frac{k}{n}\right)^2$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) で定める。ただし、 $p$  は実数とする。このとき、次の間に答えよ。

- (1) すべての実数  $p$  に対して、 $a_n \geq \frac{1}{12} \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) が成り立つことを示せ。
- (2)  $p = \frac{5}{3}$  のとき、 $a_n < 5$  となる最小の  $n$  の値を求めよ。