

2010年第2問

2 1個のいびつなさいころがある。1, 2, 3, 4の目が出る確率はそれぞれ $\frac{p}{2}$ であり, 5, 6の目が出る確率はそれぞれ $\frac{1-2p}{2}$ である。ただし, $0 < p < \frac{1}{2}$ とする。このさいころを投げて, xy 平面上の点 Q を次のように動かす。

- (i) 1 または 2 の目が出たときには, Q を x 軸の正の方向に 1 だけ動かす。
- (ii) 3 または 4 の目が出たときには, Q を y 軸の正の方向に 1 だけ動かす。
- (iii) 5 または 6 の目が出たときには, Q を動かさない。

Q は最初原点 $(0, 0)$ にある。このさいころを $(n+1)$ 回投げ, Q が通った点 (原点および Q の最終位置の点を含む) の集合を S とする。ただし, n は自然数とする。次の問いに答えよ。

- (1) さいころを $(n+1)$ 回投げたとき, S が点 $(1, n-1)$ を含む確率を求めよ。
- (2) さいころを $(n+1)$ 回投げたとき, S が領域 $x+y < n$ に含まれる確率を求めよ。
- (3) さいころを $(n+1)$ 回投げたとき, S が点 $(k, n-k)$ を含むならば得点 2^k 点 ($k=0, 1, \dots, n$) が与えられ, S が領域 $x+y < n$ に含まれるならば得点 0 点が与えられるとする。得点の期待値を求めよ。