福岡大学

2015年 工・薬学部 第2問

数理 石井K

2 次の $\boxed{}$ をうめよ.

(1) $t = \sin x$ とおくとき, $y = \sin x \cos\left(\frac{\pi}{6} - x\right)\cos\left(\frac{\pi}{6} + x\right)$ を t の式で表すと $y = \boxed{}$ であり, $0 \leqq x \leqq \frac{\pi}{2}$ における y の最小値は $\boxed{}$ である.

$-\frac{1}{4}$ $-t^3+\frac{3}{4}t$

(2) 一般項 $a_n = 2nr^{n-1}$ $(n = 1, 2, \cdots)$ で表される数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n を求めると, $r = 1$ のとき $\boxed{}$ であり, $r = 2$ のとき $\boxed{}$ である.

n^2+n $(n-1)\cdot 2^{n+1}+2$

(1) $y = \sin x\left(\cos\frac{\pi}{6}\cos x + \sin\frac{\pi}{6}\sin x\right)\left(\cos\frac{\pi}{6}\cos x - \sin\frac{\pi}{6}\sin x\right)$

$= \sin x\left(\cos^2\frac{\pi}{6}\cos^2 x - \sin^2\frac{\pi}{6}\sin^2 x\right)$

$= \sin x\left\{\frac{3}{4}(1-\sin^2 x) - \frac{1}{4}\sin^2 x\right\}$

$= \underline{-t^3 + \frac{3}{4}t}$ //

$0 \leqq x \leqq \frac{\pi}{2}$ のとき. $0 \leqq t \leqq 1$

$y' = -3\left(t+\frac{1}{2}\right)\left(t-\frac{1}{2}\right)$

t	0	$\cdots$	$\frac{1}{2}$	$\cdots$	1
y'		$+$	0	$-$	
y	0	↗		↘	$-\frac{1}{4}$

∴ 右の増減表より, y の最小値は $\underline{-\frac{1}{4}\left(x = \frac{\pi}{2}\text{ のとき}\right)}$ //

(2) $r = 1$ のとき. $a_n = 2n$

∴ $S_n = \sum_{k=1}^{n} 2k = n(n+1) = \underline{n^2+n}$ //

$r = 2$ のとき. $a_n = n\cdot 2^n$

$$
\begin{array}{rrl}
\therefore & S_n = & 1\cdot 2^1 + 2\cdot 2^2 + 3\cdot 2^3 + \cdots + (n-1)\cdot 2^{n-1} + n\cdot 2^n \\
-) & 2S_n = & 1\cdot 2^2 + 2\cdot 2^3 + \cdots + (n-2)\cdot 2^{n-1} + (n-1)\cdot 2^n + n\cdot 2^{n+1} \\
\hline
& -S_n = & 2 + (2^2 + 2^3 + \cdots + 2^{n-1} + 2^n) - n\cdot 2^{n+1}
\end{array}
$$

∴ $S_n = n\cdot 2^{n+1} - \frac{2(1-2^n)}{1-2}$

$= \underline{(n-1)\cdot 2^{n+1} + 2}$ //