



2013年 第7問

7 行列 $C = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}$ について、以下の問いに答えよ。

- (1) 座標平面上の原点 O とは異なる点 A が、 C の表す 1 次変換によって点 B に移されたとする。線分 OA の長さを $|OA|$ 、線分 OB の長さを $|OB|$ とするとき、 $\frac{|OB|}{|OA|}$ を求めよ。また、2 つのベクトル \vec{OA} と \vec{OB} のなす角を求めよ。
- (2) C, C^2, \dots, C^n の表す n 個 ($n \geq 2$) の 1 次変換によって、座標平面上の点 P_0 がそれぞれ点 P_1, P_2, \dots, P_n に移されるとする。点 P_0 の座標が $(1, 1)$ であるとき、線分 P_0P_1 、線分 P_1P_2 、 \dots 、線分 $P_{n-1}P_n$ の長さの総和を L_n とする。 $\lim_{n \rightarrow \infty} L_n$ を求めよ。