自治医科大学

2016年 医学部 第4問

数理
石井K

$\boxed{4}$ $\dfrac{\pi}{2} \leqq x \leqq \pi$ で，$6\sin^2 x + \sin x\cos x - 2\cos^2 x = 0$ が成立しているとき，$-13(\sin 2x + \cos 2x)$ の値を求めよ．

$\sin^2 x = \dfrac{1-\cos 2x}{2}$，$\sin x\cos x = \dfrac{1}{2}\sin 2x$，$\cos^2 x = \dfrac{1+\cos 2x}{2}$ より．

$$6\cdot\frac{1-\cos 2x}{2} + \frac{1}{2}\sin 2x - 2\cdot\frac{1+\cos 2x}{2} = 0$$

$$\therefore\ \sin 2x - 8\cos 2x + 4 = 0$$

$$\sin 2x = 8\cos 2x - 4 \quad \cdots ①$$

両辺2乗して，$\sin^2 2x = 1-\cos^2 2x$ より，

$$1-\cos^2 2x = 64\cos^2 2x - 64\cos 2x + 16$$

$$\therefore\ 65\cos^2 2x - 64\cos 2x + 15 = 0$$

$$(13\cos 2x - 5)(5\cos 2x - 3) = 0$$

$$\therefore\ \cos 2x = \frac{5}{13},\ \frac{3}{5}$$

$\dfrac{\pi}{2} \leqq x \leqq \pi$ より．$\pi \leqq 2x \leqq 2\pi$ $\quad\therefore\ \sin 2x \leqq 0$

$$\therefore\ (\cos 2x,\ \sin 2x) = \left(\frac{5}{13},\ -\frac{12}{13}\right),\ \left(\frac{3}{5},\ -\frac{4}{5}\right)$$

このうち ① をみたすのは．$\cos 2x = \dfrac{5}{13}$，$\sin 2x = -\dfrac{12}{13}$

$$\therefore\ -13(\sin 2x + \cos 2x) = -13\cdot\frac{5-12}{13}$$

$$= \underline{7}\ //$$