2016年 医学部 第21問

$\boxed{21}$ 関数 $f(x)=\dfrac{ax^2+bx+c}{x^2+2}$ $(a \neq 0)$ (a, b, cは実数) は，$x=-2$で極小値 $\dfrac{1}{2}$ をとり，$x=1$で極大値2をとる．$|a+b-c|$ の値を求めよ．

$f(-2)=\frac{1}{2}$ より，$\dfrac{4a-2b+c}{6}=\dfrac{1}{2}$ $\quad\therefore\ 4a-2b+c=3 \cdots ①$

$f(1)=2$ より，$\dfrac{a+b+c}{3}=2$ $\quad\therefore\ a+b+c=6 \cdots ②$

① − ② より，$3a-3b=-3$ $\quad\therefore\ b=a+1 \cdots ③$

② に代入して，$2a+1+c=6$ $\quad\therefore\ c=-2a+5 \cdots ④$

$$f(x)=\frac{a(x^2+2)-2a+bx+c}{x^2+2}$$

$$=a+\frac{-2a+bx+c}{x^2+2}$$

$$\therefore\ f'(x)=\frac{b(x^2+2)-(-2a+bx+c)\cdot 2x}{(x^2+2)^2}$$

$f'(1)=0$ より，$3b-(-2a+b+c)\cdot 2=0$

$\therefore\ 4a+b-2c=0$

③，④ より，$4a+a+1+4a-10=0$ $\quad\therefore\ a=1,\ b=2,\ c=3$

このとき $f'(-2)=0$ をみたす

$\therefore\ |a+b-c|=|1+2-3|=\underline{0}$ //