

2015年第4問

 4 次関数の最小値を求めよ。さらに、そのときの x の値を求めよ。

$$f(x) = \{\log_2(2-x-x^2)\}^2 - 2\log_2(2-x-x^2) + \frac{1}{2}$$

$$t = \log_2(2-x-x^2) \text{ とおくと.}$$

$$t = \log_2 \left\{ -\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{9}{4} \right\}$$

$$\text{真数条件より. } -\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{9}{4} > 0 \quad \therefore -2 < x < 1 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$\text{このとき, } t \text{ の最大値は } \log_2 \frac{9}{4} \text{ (} x = -\frac{1}{2} \text{ のとき)}$$

$$\therefore t \leq \log_2 \frac{9}{4} \quad \dots \textcircled{2}$$

 このとき, $f(x)$ を t で表したものを $g(t)$ とおくと.

$$g(t) = t^2 - 2t + \frac{1}{2}$$

$$= (t-1)^2 - \frac{1}{2}$$

 $\therefore g(t)$ は $t=1$ のとき最小値 $-\frac{1}{2}$ をとる $t=1$ は $\textcircled{2}$ をみたす.

 $\therefore f(x)$ の最小値は $-\frac{1}{2}$ ($t=1$ すなわち $x=0, -1$ のとき)

//