弘前大学

2012年 文系 第1問

数理 石井K

1 次の問いに答えよ.

(1) $0 \leqq x < 2\pi$ のとき，不等式 $2\sin x > \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$ を解け.

(2) $\log_3 5 = a$，$\log_5 7 = b$ とするとき，$\log_{105} 175$ を a と b で表せ.

(1) $2\sin x - \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = 2\sin x - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x + \frac{1}{2}\sin x\right)$

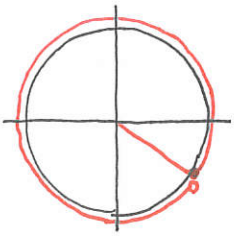
$= \frac{3}{2}\sin x - \frac{\sqrt{3}}{2}\cos x$

$= \sqrt{3}\left(\sin x \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \cos x \cdot \frac{1}{2}\right)$

$= \sqrt{3}\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$

∴ 不等式は，$\sqrt{3}\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) > 0 \iff \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) > 0$

と変形できる.



$0 \leqq x < 2\pi$ より，$-\frac{\pi}{6} \leqq x - \frac{\pi}{6} < \frac{11}{6}\pi$

∴ $0 < x - \frac{\pi}{6} < \pi$　すなわち，$\underline{\frac{\pi}{6} < x < \frac{7}{6}\pi}$ //

(2) 底の変換公式より，

$\log_{105} 175 = \frac{\log_3 175}{\log_3 105}$

$= \frac{\log_3 5^2 \times 7}{\log_3 3 \times 5 \times 7}$

$= \frac{2\log_3 5 + \log_3 7}{1 + \log_3 5 + \log_3 7}$

ここで，$\log_3 7 = \frac{\log_5 7}{\log_5 3} = \log_3 5 \cdot \log_5 7$

∴ $\log_{105} 175 = \frac{2a + ab}{1 + a + ab}$

$= \underline{\frac{a(2+b)}{1+a+ab}}$ //