自治医科大学

2010年第21問

21 $(2+x)^{21}$ において x^a の項の係数が最大になるという．a の値を求めよ．

$a=0,1,2,\cdots,21$ のとき．x^a の項は二項定理より．

$2^{21-a}\cdot x^a\cdot {}_{21}C_a$ となる．

$\therefore$ 係数は．${}_{21}C_a\cdot 2^{21-a} = \dfrac{21!}{a!(21-a)!}\cdot 2^{21-a}$

この値を $f(a)$ とおくと．

$$\frac{f(a+1)}{f(a)} = \frac{\dfrac{21!}{(a+1)!(20-a)!}\cdot 2^{20-a}}{\dfrac{21!}{a!(21-a)!}\cdot 2^{21-a}}$$

$$= \frac{a!(21-a)!\cdot 2^{20-a}}{(a+1)!(20-a)!\cdot 2^{21-a}}$$

$$= \frac{21-a}{(a+1)\cdot 2}$$

$\therefore$ $\dfrac{f(a+1)}{f(a)} > 1$ となるのは．$\dfrac{21-a}{2a+2} > 1$ より $21-a > 2a+2$ $\therefore$ $a < \dfrac{19}{3}$

$a=0,1,2,\cdots,21$ より $0 \leqq a \leqq 6$

$\therefore$ $a=0,1,2,3,4,5,6$ において，$f(a+1) > f(a)$

$a=7,8,9,\cdots,20$ において，$f(a+1) < f(a)$

以上より．$f(0) < f(1) < f(2) < \cdots < f(7) > f(8) > f(9) > \cdots > f(21)$

$\therefore$ $\underline{a=7}$ //