



2014年 教育学部 第6問

数理
石井K

6 関数 $f(x) = \frac{\log x}{\sqrt{x}}$ ($x > 0$) について、次の問いに答えよ。ただし、 $\log x$ は x の自然対数、 e は自然対数の底とする。

- (1) 極限 $\lim_{x \rightarrow +0} f(x)$ を求めよ。
 (2) $y = f(x)$ の極値を求めよ。
 (3) 曲線 $y = |f(x)|$ と x 軸および 2 直線 $x = \frac{1}{e}$, $x = e$ で囲まれた図形を x 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積を求めよ。

$$(1) \lim_{x \rightarrow +0} \log x = -\infty, \lim_{x \rightarrow +0} \sqrt{x} = +0 \text{ より } \lim_{x \rightarrow +0} f(x) = -\infty //$$

$$(2) f'(x) = \frac{\frac{1}{x} \cdot \sqrt{x} - \log x \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}}}{x} = \frac{1 - \frac{1}{2} \log x}{x \sqrt{x}}$$

$$\therefore f'(x) = 0 \text{ とするとは } x = e^2$$

$$\therefore \text{極大値 } \frac{2}{e} \text{ (} x = e^2 \text{ のとき) //$$

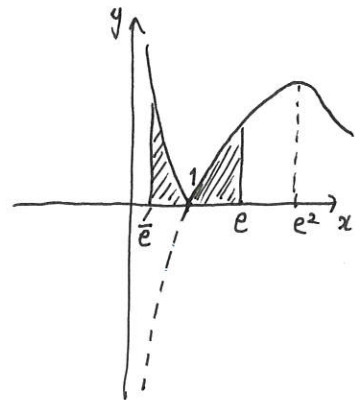
x	...	e^2	...
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	↗	$\frac{2}{e}$	↘

$$(3) V = \pi \int_{\frac{1}{e}}^1 \left(-\frac{\log x}{\sqrt{x}}\right)^2 dx + \pi \int_1^e \left(\frac{\log x}{\sqrt{x}}\right)^2 dx$$

↓ 対称性

$$= \pi \int_{\frac{1}{e}}^e (\log x)' (\log x)^2 dx$$

$$= \pi \left[(\log x)^3 \right]_{\frac{1}{e}}^e - \pi \int_{\frac{1}{e}}^e \log x \cdot \frac{2}{x} \cdot \log x dx$$



$$\therefore V = \pi \cdot (1+1) - 2V \text{ が成り立ち、よって、}$$

$$\therefore V = 2\pi$$

$$V = \frac{2}{3} \pi //$$