

2014年文系第2問



2 x の2次方程式 $x^2 + ax + b = 0$ について、以下の問いに答えよ。

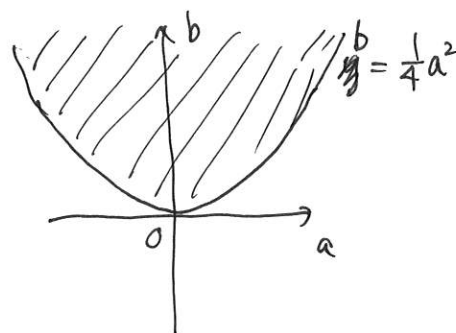
- (1) この方程式が異なる2つの実数解をもたない条件を a, b の不等式で表せ。
 (2) (1) の不等式を満たす点 (a, b) の領域を図示せよ。
 (3) a, b が(1)の不等式を満たすとき、 $a + b$ の最小値と、その最小値を与える a, b の値を求めよ。

(1) 判別式を Δ とおくと

$$\Delta = a^2 - 4b \leq 0 \quad \therefore \underline{a^2 - 4b \leq 0}$$

(2) $b \geq \frac{1}{4}a^2$ より右の領域に写す

ただし境界線を含む



(3) $a + b = k$ とおくと、

直線 $b = -a + k$ が(2)と

交点をもつうちで、 k が最小となるのは、

$\frac{1}{4}a^2 + a - k = 0$ が a について重解をもつとき、

$$\therefore \Delta' = 1^2 + 4 \cdot \frac{1}{4} k$$

$$= 1 + k = 0$$

$$\therefore k = -1 \quad \text{このとき} \quad \left(\frac{1}{2}a + 1\right)^2 = 0 \quad \therefore a = -2$$

$$\therefore b = 1$$

\therefore 最小値 -1 ($a = -2, b = 1$)

