

2016年工(A)第3問

 3 3次関数 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ (a, b, c は定数) がある。

 (1) $f(x)$ が, $x = -2$ と $x = 1$ で極値をとり, 極小値が -2 であるとき,

$$a = \frac{\boxed{\text{ネ}}}{2}, \quad b = \frac{\boxed{\text{ノハ}}}{2}, \quad c = \frac{\boxed{\text{ヒ}}}{2}$$

 となり, 極大値は, $\frac{\boxed{\text{フヘ}}}{2}$ である。

 (2) $f(x)$ が, $x = -1$ で極大値 34 をとり, $x = 5$ で極小値をとるとき,

$$a = \boxed{\text{ホマ}}, \quad b = \boxed{\text{ミムメ}}, \quad c = \boxed{\text{モヤ}}$$

となる。

 (1) $f'(-2) = f'(1) = 0, f(1) = -2$ となるから

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$$

$$\therefore f'(-2) = 12 - 4a + b = 0 \quad \therefore 4a - b = 12 \dots \textcircled{1}$$

$$f'(1) = 3 + 2a + b = 0 \quad \therefore 2a + b = -3 \dots \textcircled{2}$$

$$f(1) = 1 + a + b + c = -2 \quad \therefore a + b + c = -3 \dots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ より, } \underline{a = \frac{3}{2}, b = -6} \quad \textcircled{3} \text{ に代入して, } \underline{c = \frac{3}{2}}$$

$$\text{極大値は } f(-2) = -8 + 4a - 2b + c = \underline{\frac{23}{2}}$$

 (2) $f'(-1) = f'(5) = 0, f(-1) = 34$ より

$$f'(-1) = 3 - 2a + b = 0 \quad \therefore 2a - b = 3 \dots \textcircled{4}$$

$$f'(5) = 75 + 10a + b = 0 \quad \therefore 10a + b = -75 \dots \textcircled{5}$$

$$f(-1) = -1 + a - b + c = 34 \quad \therefore a - b + c = 35 \dots \textcircled{6}$$

$$\textcircled{4}, \textcircled{5} \text{ より, } \underline{a = -6, b = -15}$$

$$\textcircled{6} \text{ に代入して, } \underline{c = 26}$$

